

Práctica 3: Procesado de los datos en los apartados A1 y A2.

En estos apartados, el procesado de los datos es laborioso, ya que incluye análisis de regresión y cálculo de errores. La mayor parte del procesado de los datos se deja a un programa (Prepara.exe) y a una hoja de cálculo (Calcula.wb2 o Calcula.xls). Sólo hay dos tareas que no realizan, y que **deben hacerse manualmente**:

- Comparar el "valor-t" del experimento con el t-crítico ($t_{\alpha/2}$) y decidir si existe relación lineal (ver apartado 4.2.4).
- La presentación final de los resultados, con reducción de cifras significativas y redondeo (ver apartado 6).

Prepara.exe:

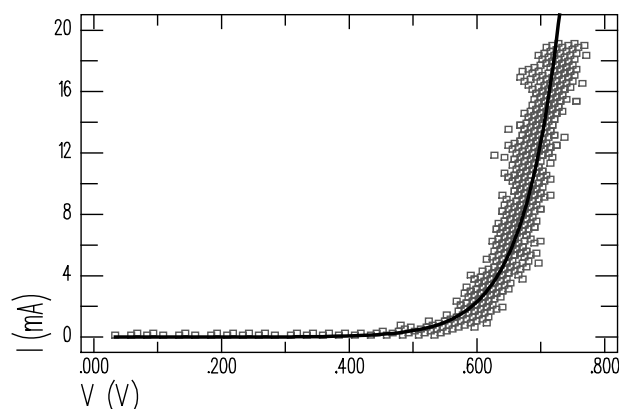
En el fichero CSV del osciloscopio, se tienen los datos del canal-1 (V_i) y del canal-2 (V_o). A partir de ellos se calcula la tensión en el diodo, la intensidad que circula por el diodo y el logaritmo neperiano de la intensidad. Se eliminan los datos con tensiones menores que 0,02V y los datos con intensidades menores que 0,02mA. Luego se ordenan los datos en función de la tensión en el diodo. Finalmente se graban estos datos en un fichero llamado salida.csv (o .txt). El formato del fichero de salida, y otras opciones del programa pueden cambiarse en el fichero Config.txt. El programa da un rango de regresión recomendado, pero el rango final de regresión debe escogerse en Calcula.wb2 (o .xls) viendo sobre las gráficas cuál es el que ajusta mejor los datos experimentales.

Calcula.wb2 o Calcula.xls:

Es la hoja de cálculo que tiene automatizada la mayor parte del cálculo de esta práctica (básicamente el contenido de este guión). Esta hoja de cálculo está preparada para realizar casi todo el trabajo de los apartados A1 y A2. En Calcula.wb2, deben introducirse los datos de Salida.csv (o .txt), la temperatura, el nivel de confianza y el mejor rango de regresión posible. Debe compararse el valor-t con el t-crítico, para saber si realmente existe relación lineal. Deben sacarse los resultados relevantes.

Ejemplo de presentación de los resultados

Curva exponencial del diodo (Apartado A1)



Resultados:

$$I_S = (8,1 \pm 1,5) \cdot 10^{-5} \text{ mA}$$

$$\eta = 2,250 \pm 0,036$$

Información adicional:

Temperatura absoluta: 301,8 K.

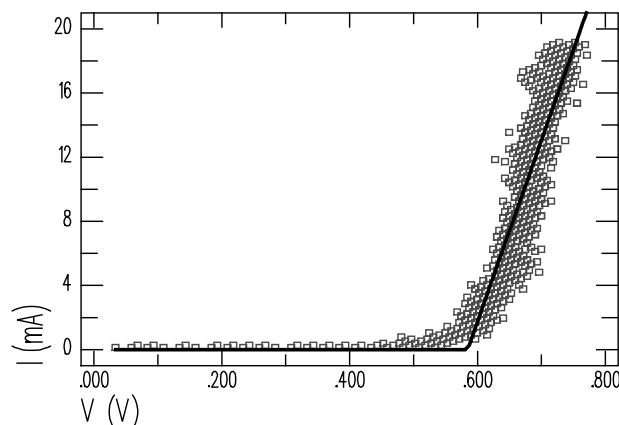
1760 datos empleados para el ajuste de regresión lineal.

Coefficiente de correlación lineal: $r = 0,946$

Valor-t = 122,96; t-crítico ($t_{\alpha/2}$) = 1,96

Como el valor-t es mayor que t-crítico: Existe relación lineal con un nivel de confianza del 95%. La posibilidad de que, por azar, no sea así, es menor de un 5%.

Modelo lineal del diodo (Apartado A2)



Resultados:

$$V_\gamma = 584,4 \pm 2,3 \text{ mV}$$

$$r_d = 8,85 \pm 0,21 \text{ } \Omega$$

Información adicional:

Temperatura absoluta: 301,8 K.

1633 datos empleados para el ajuste de regresión lineal.

Coefficiente de correlación lineal: $r = 0,902$

Valor-t = 84,48; t-crítico ($t_{\alpha/2}$) = 1,96

Como el valor-t es mayor que t-crítico: Existe relación lineal con un nivel de confianza del 95%. La posibilidad de que, por azar, no sea así, es menor de un 5%.

Sigue ahora una explicación teórica sobre las operaciones que hacen los programas (Prepara.exe y Calcula.wb2). Sólo es imprescindible la lectura de los apartados 4.2.4 y 6. Es especialmente importante el apartado 6, puesto que indica cómo deben presentarse los resultados numéricos. Los demás apartados sólo ilustran operaciones que hacen los programas de forma automática.

1. Nivel de confianza

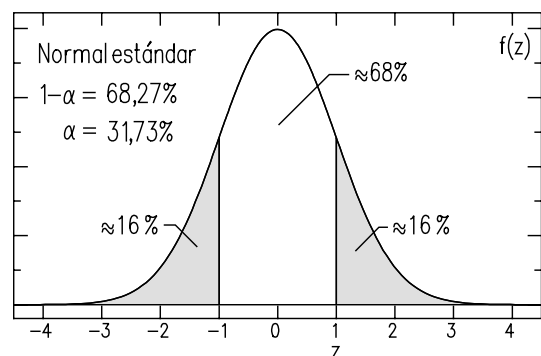
Se debe escoger el nivel de confianza ($CL=1-\alpha$) que se usará en todos los resultados. El nivel de confianza se suele expresar en porcentaje. Un nivel de confianza de 95% ($1-\alpha=0,95$) indica que la posibilidad de que nuestros resultados experimentales estén “engañándonos” (por azar) es de sólo un 5% (α es el nivel de significancia).

PRACTICA: Se elige un nivel de confianza igual en todos los apartados. Recomiendo escoger un nivel de confianza del 95%.

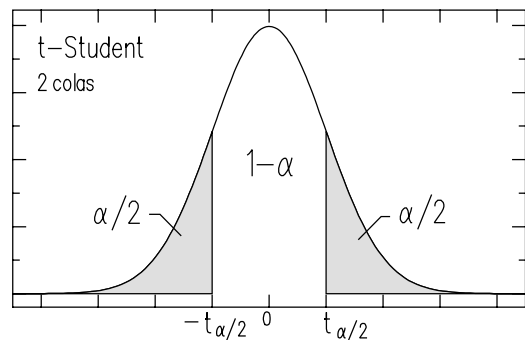
2. Distribución de los errores aleatorios. Cálculo de t-crítico ($t_{\alpha/2}$).

El trabajo de laboratorio siempre está sometido a errores aleatorios. Suponemos que los errores se distribuyen normalmente, es decir, que siguen la distribución normal. Para usar la distribución normal, necesitamos la desviación estándar, lo que nos exigiría infinitas medidas; por tanto usaremos la distribución t-Student, que se puede usar con un número finito de medidas. No nos interesa utilizar la distribución normal estándar, ya que cuando se pueda utilizar, coincide con la distribución t-Student, así que simplificamos usando siempre la distribución t-Student.

En la gráfica de la derecha se observa un caso particular de distribución normal. Supongamos que tenemos una medida que sin errores aleatorios que debiera dar $z=0$. Si realizamos varias medidas (sujetas a error aleatorio) la mayor parte de las veces la medida saldrá muy próxima a cero (ver el máximo de la curva). Como es muy improbable la ocurrencia de grandes errores aleatorios, la probabilidad de que salga una medida muy alejada del valor real ($z=0$), será muy baja (ver la altura de las colas). El área sombreada por encima de $z=1$ indica que la probabilidad de que la medida sea mayor de $z=1$ es de un 16%. El área no sombreada indica que la probabilidad de que la medida esté entre $z=-1$ y $z=1$ es de un 68%.



Como ya hemos dicho, en esta práctica se usará la distribución t-Student (figura de la derecha). Tras elegir el nivel de confianza ($1-\alpha$), quedan dos colas con área $\alpha/2$. Si se tiene el área de la cola derecha ($\alpha/2$), con las tablas matemáticas de la distribución t-Student, puede calcularse la abscisa $t_{\alpha/2}$ (t-crítico). También se podría calcular usando las funciones de las hojas de cálculo. Como ejemplo, pongo la sintaxis, en Quattro-Pro (versión inglesa) y en MS-Excel (versión española):



Probabilidad α de la distribución t-Student para la abscisa $t_{\alpha/2}$, con gl grados de libertad y 2 colas (α = área desde $|t_{\alpha/2}|$ hasta ∞ , más el área desde $-|t_{\alpha/2}|$ hasta $-\infty$):

$$\alpha = @TDIST(t_{\alpha/2}, gl, 2) \quad \text{o} \quad \alpha = \text{DISTR.T}(t_{\alpha/2}, gl, 2)$$

Pero si conocemos la probabilidad de dos colas (α), también se puede calcular la abscisa $t_{\alpha/2}$:

$$t_{\alpha/2} = @TINV(\alpha, gl) \quad \text{o} \quad t_{\alpha/2} = \text{DISTR.T.INV}(\alpha, gl)$$

PRACTICA: En la práctica se debe informar de que suponemos que los errores aleatorios se distribuyen normalmente, y por tanto, usaremos la distribución t-Student. Se debe calcular el valor de t-crítico ($t_{\alpha/2}$) para el nivel de confianza elegido.

3. Selección de datos y transformaciones previas al análisis de regresión

Previo al análisis de regresión, siempre hay que seleccionar los datos. Habrá datos del laboratorio sobre los que no se deba hacer el análisis de regresión, por estar fuera del rango de interés, o bien por intervenir alguna magnitud física que interfiera en el ajuste. También habrá datos cuyo error experimental sea muy grande, o dé lugar a problemas posteriores en el cálculo. Todos estos datos habrán de eliminarse. Si el ajuste de regresión deseado no es lineal (como en el apartado A1 de la práctica), habrá que aplicar a los datos una transformación para "linealizarlos", y poder usar el análisis de regresión lineal.

PRACTICA: El programa Prepara.exe elimina algunos puntos (pocos) que puedan dar error, y hace la transformación logarítmica necesaria para el apartado A1. También recomienda un rango aproximado de datos, sobre los que hacer el análisis de regresión lineal. Se debe apuntar ese rango, para los apartados A1 y A2, para usarlo en Calcula.wb2 (.xls). El rango recomendado debe modificarse, si se percibe que el análisis de regresión se haría sobre un conjunto de datos inapropiados.

A1 : Se seleccionan los datos con tensión en el diodo mayor de 0,3 V, y además que cumplan que su corriente supere el valor de 0,3 mA. Para que la ecuación exponencial quede como una recta, los datos se transforman tomando logaritmo neperiano ($V_T = kT/q$):

$$I = I_s e^{\frac{qV}{\eta kT}} \Rightarrow \ln(I) = \ln(I_s) + \frac{V}{\eta V_T} \Rightarrow y = a + bx \left(\text{con } y = \ln(I), x = V, b = \frac{1}{\eta V_T}, a = \ln(I_s) \right)$$

A2 : Se seleccionan los datos con tensión en el diodo mayor que 0,3 V, y además que cumplan que su corriente supere el 10% de la corriente máxima. Los datos de corriente y tensión en el diodo se deben ajustar a una recta directamente, por lo que no necesitan transformación ($y=I$, $x=V$, $r_d=1/b$, $V_d=-a/b$).

4. Análisis de regresión lineal simple.

El análisis de regresión lineal simple, nos permitirá analizar la relación entre dos variables (x e y), bajo la hipótesis de que el valor de la variable y (variable dependiente) depende linealmente sólo de x (variable independiente). Con este tratamiento de datos experimentales obtendremos los coeficientes a y b de la ecuación lineal del ajuste: $y = a + b x$. En realidad los coeficientes a y b son sólo estimaciones, pero también se obtendrán las incertidumbres, que nos indicarán la bondad de esas aproximaciones.

Los subapartados 4.1 y 4.2 servirán para saber, si realmente existe relación lineal entre las variables (x e y). Si esa relación lineal existe, con el material de los subapartados 4.3 y 4.4 se podrán calcular los coeficientes a , b y sus incertidumbres ($u(a)$, $u(b)$, $u(a,b)$).

En las fórmulas de los subapartados se han puesto primero las expresiones "de docencia", y luego una o dos expresiones llamadas "fórmulas rápidas o abreviadas". Las "fórmulas rápidas", son más útiles para el cálculo, ya que es más fácil operar con números complicados o grandes conjuntos de datos, son más rápidas y eficientes en la programación de rutinas para ordenador, y evitan la propagación de errores en el redondeo de la media. Para simplificar un poco la apariencia (y el cálculo) hemos utilizado los coeficientes S_{xx} , S_{yy} y S_{xy} , definidos como:

$$S_{xx} = \Sigma (x_i - \bar{x})^2 = [\Sigma x_i^2 - \Sigma x_i \Sigma x_i / n]$$

$$S_{yy} = \Sigma (y_i - \bar{y})^2 = [\Sigma y_i^2 - \Sigma y_i \Sigma y_i / n]$$

$$S_{xy} = \Sigma (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = [\Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i / n]$$

Donde en cada definición, el segundo miembro corresponde a la "fórmula de docencia", y el tercero a la "fórmula rápida".

4.1 Cálculo del coeficiente de correlación lineal simple (r)

El coeficiente de correlación lineal simple (r) es una medida adimensional de la intensidad de la relación lineal entre las variables x e y . Toma valores comprendidos entre -1 y +1. Cuando $|r|$ está próximo a 1, indica una fuerte relación lineal. Cuando r está próxima a 0, indica una débil relación lineal. Si r es positivo indica relación lineal creciente, y decreciente para r negativo.

$$r = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 \Sigma(y_i - \bar{y})^2}} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}} \quad v(r) = (n - 2)$$

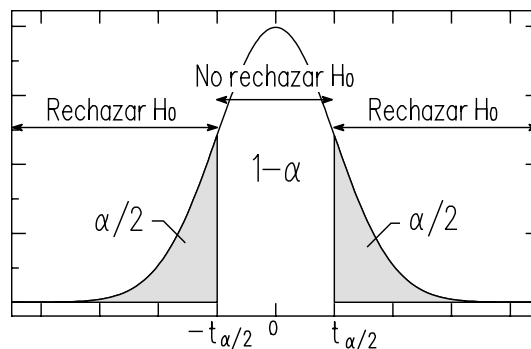
En nuestro análisis de regresión lineal (con dos coeficientes), el número de grados de libertad de r ($v(r)$), es igual al número de datos empleados para calcular r (n), menos 2.

PRACTICA: En los apartados A1 y A2 se debe calcular el coeficiente de correlación lineal (r) y su número de grados de libertad $v(r)$.

4.2 Confianza en el coeficiente de correlación lineal simple r . Test de hipótesis.

Para demostrar, con un nivel de confianza $CL=(1-\alpha)$, que el coeficiente de correlación lineal simple (r) representa una relación lineal, definiremos dos hipótesis excluyentes: H_0 (No existe correlación lineal) y H_1 (Existe correlación lineal). La hipótesis que nos interesa demostrar es H_1 , y lo que haremos será trabajar como si H_0 fuese cierta, si todo va bien, veremos que es imposible, y por tanto nuestra hipótesis (H_1) quedará demostrada.

Tras suponer que H_0 es cierta, calcularemos el valor-t de nuestros datos experimentales, calcularemos el t-crítico ($t_{\alpha/2}$) que corresponde al nivel de confianza $CL=(1-\alpha)$. Si el valor-t cae en la zona sombreada, eso significa que debemos rechazar la hipótesis nula (H_0), y por tanto existe correlación lineal entre las variables x e y (hipótesis H_1 cierta). Si el valor-t cayera en la zona de $(1-\alpha)$ no podríamos rechazar la hipótesis H_0 , y por tanto no podríamos asegurar que existe relación lineal entre las variables x e y , y por tanto no deberíamos calcular los coeficientes a y b ($y=a+bx$).



1. Definición de las hipótesis.

Se parte de la suposición inicial de que no existe correlación lineal entre las variables x e y . Es decir, que el r auténtico del experimento es cero. Intentaremos demostrar que esa hipótesis es falsa, y si lo conseguimos, habremos demostrado que según nuestros datos experimentales existe correlación lineal entre las variables x e y . Las hipótesis son:

$H_0:$	$r_{\text{auténtico}} = 0$	No existe correlación lineal	"hipótesis nula"
$H_1:$	$r_{\text{auténtico}} \neq 0$	Existe correlación lineal	"hipótesis alternativa"

2. Con el nivel de confianza $(1-\alpha)$ previamente elegido, se calcula el t-crítico ($t_{\alpha/2}$).

Para calcular el valor de t-crítico ($t_{\alpha/2}$) debe conocerse el nivel de confianza y el tipo de distribución. En nuestro caso el nivel de confianza sería $CL=95\%$ ($\Rightarrow 1-\alpha=0,95 \Rightarrow \alpha=0,05$) y la distribución es la t-Student. La distribución t-Student necesita el número de grados de libertad, que en nuestro análisis de regresión lineal (con dos coeficientes) es igual al número de datos (empleados para calcular r) menos 2. Con todos estos datos se iría a las tablas de los libros de Estadística, o a las funciones estadísticas de las hojas de cálculo, y se calcularía $t_{\alpha/2}$ (ver apartado 2).

3. Cálculo del valor-t del experimento.

Si suponemos que H_0 es cierta, $r_{\text{auténtico}}$ es 0, y con el r obtenido experimentalmente, se calcula el "valor-t", que es la estadística t resultante de los datos experimentales. Esta estadística de prueba se calcularía como:

$$t = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

4. Comprobación de las hipótesis. Comparación del valor-t con t-crítico.

- Si el t obtenido de la estadística de prueba (valor-t) en valor absoluto, es mayor que el t -crítico ($t_{\alpha/2}$) se rechaza la hipótesis nula (H_0) y se puede decir que:

"Con un nivel de confianza de $(1-\alpha)\%$, los datos experimentales nos dan suficientes indicios para apoyar H_1 , es decir, que existe correlación lineal entre la variable dependiente y la independiente. La probabilidad de que sin existir realmente correlación lineal, hubiésemos tenido estos datos (que nos llevan a decir que existe) es de menos de un $\alpha\%$ "

- Si el valor absoluto de t del experimento (valor-t) es menor que el t -crítico ($t_{\alpha/2}$) no se puede rechazar la hipótesis nula (H_0), lo cual no significa que sea cierta, solamente que con los datos obtenidos en el laboratorio no se puede demostrar que H_1 sea cierta. Podríamos decir que:

"Con un nivel de confianza de $(1-\alpha)\%$, o con un nivel de significancia de α , los datos experimentales son insuficientes para rechazar H_0 . Es decir en ausencia de otras pruebas supondremos que no existe (aunque pudiera existir) correlación lineal entre la variable dependiente y la independiente".

PRACTICA: Se debe hacer lo indicado en los puntos 1 al 4 de este apartado. En particular, calcular el valor de t -crítico ($t_{\alpha/2}$), el "valor-t" del experimento y compararlos según se dice en el punto 4 anterior.

4.3 Obtención de los coeficientes a y b .

Una vez demostrado que existe relación lineal entre x e y , nuestro objetivo, es obtener con los datos experimentales los coeficientes (a y b) de la recta $y=a+bx$.

$$a = \bar{y} - b \bar{x} = \frac{\sum y_i}{n} - \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \frac{\sum x_i}{n} \qquad b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

En nuestro análisis de regresión lineal (con dos coeficientes), el número de grados de libertad para los dos coeficientes (a y b) es igual al número de datos empleados para calcularlos (n) menos 2.

$$v(a) = (n - 2)$$

$$v(b) = (n - 2)$$

PRACTICA: En los apartados A1 y A2 se deben calcular los coeficientes a y b , y sus grados de libertad.

4.4 Cálculo de incertidumbres de los coeficientes a y b .

El trabajo de laboratorio siempre está sometido a errores, que aunque no sean perfectamente cuantificables, influyen en que el resultado de la medida sea solamente, una aproximación o estimación de la magnitud física que estamos midiendo. Los resultados medidos siempre tendrán una incertidumbre asociada. Por tanto, al proceder de medidas experimentales, los valores obtenidos de los coeficientes del ajuste lineal (a y b) son sólo una estimación de los valores reales. Se calculan ahora las incertidumbres asociadas a dichos coeficientes. Estas incertidumbres son las desviaciones típicas (s_a y s_b) y la covarianza ($s_{a,b}$). También se da la fórmula para el error estándar s_e .

$$s_e^2 = \frac{\sum (e_i - \bar{e})^2}{(n - 2)} = \frac{1}{n - 2} \left[S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}} \right]$$

$$u^2(a) = s_a^2 = s_e^2 \frac{\sum x_i^2 / n}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = s_e^2 \frac{\sum x_i^2 / n}{S_{xx}} = \frac{\sum x_i^2 / n}{n - 2} \left[\frac{S_{yy}}{S_{xx}} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}^2} \right]$$

$$u^2(b) = s_b^2 = \frac{s_e^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{s_e^2}{S_{xx}} = \frac{1}{n - 2} \left[\frac{S_{yy}}{S_{xx}} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}^2} \right]$$

$$u(a, b) = s_{a, b} = -\bar{x} \frac{s_e^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = -s_e^2 \frac{\sum x_i / n}{S_{xx}} = -\frac{\sum x_i / n}{n - 2} \left[\frac{S_{yy}}{S_{xx}} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}^2} \right]$$

PRACTICA: En los apartados A1 y A2 se deben calcular las incertidumbres de los coeficientes a y b , y su covarianza.

5. Medida indirecta de una magnitud

En el laboratorio, suele ocurrir que una magnitud física a medir (Y) no se pueda medir directamente, sino que tenga que ser calculada con las medidas de otras magnitudes (X_i):

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

Nuestro objetivo será obtener la medida de la magnitud Y (valor estimado y , número de grados de libertad $v(y)$, y su incertidumbre $u(y)$) en función de las medidas de las magnitudes X_i (valor estimado x_i , nº de grados de libertad v_i , incertidumbres $u(x_i)$ y covarianzas $u(x_i, x_j)$).

5.1 Cálculo del valor estimado de la magnitud

Si se tiene la relación funcional de la magnitud Y , en función de las medidas de las magnitudes X_i , el valor estimado de la medida de Y (y) se obtendrá a través de la relación funcional:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

El número de grados de libertad de la magnitud y , se calcula despejando $v(y)$ de:

$$v(y)^{-1/2} u^2(y) = \sum_{i=1}^N v_i^{-1/2} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N v_i^{-1/4} v_j^{-1/4} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)$$

Afortunadamente, en los casos prácticos esta fórmula no hace falta utilizarla, puesto que bastan dos propiedades muy sencillas:

- Si la variable y sólo depende de una variable, el número de grados de libertad de y es igual al número de grados de libertad de la variable x .
- Si la variable y depende de varias variables que tienen todas el mismo número de grados de libertad, entonces el número de grados de libertad de la variable y es igual al número de grados de libertad que comparten todas las variables.

PRACTICA: Con los coeficientes a y b , ya obtenidos, podremos calcular el valor de las magnitudes en los distintos apartados. Además, como I_s , η , V_γ y r_d sólo dependen de los coeficientes a y b , y éstos tienen igual número de grados de libertad, tenemos que las magnitudes físicas I_s , η , V_γ y r_d tienen todas el mismo número de grados de libertad que a y b .

A1 :

$$a = \ln(I_s) \Rightarrow I_s = e^a \quad ; \quad b = \frac{1}{\eta V_T} \Rightarrow \eta = \frac{1}{b V_T} \quad v(I_s) = v(\eta) = (n - 2)$$

A2 :

$$r_d = \frac{1}{b} \quad ; \quad V_\gamma = -\frac{a}{b} \quad v(V_\gamma) = v(r_d) = (n' - 2)$$

Hay que tener en cuenta que el número de datos empleados para hacer la regresión en A1 (n), no tiene por qué ser igual al número de datos empleados en la regresión del A2 (n').

5.2 Cálculo de la incertidumbre de la magnitud

La incertidumbre estándar combinada $u(y)$ se calcula con la ley de propagación de incertidumbres:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)} \quad (\text{RSS})$$

Véase que la incertidumbre combinada depende también de las covarianzas $u(x_i, x_j)$ entre las medidas x_i y x_j .

PRACTICA: Ahora calcularemos las incertidumbres de las magnitudes en los distintos apartados:

A1 :

$$u(I_s) = \sqrt{\left(\frac{\partial I_s}{\partial a} \right)^2} u^2(a) = e^a u(a)$$

$$u(\eta) = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial b} \right)^2} u^2(b) = \sqrt{\left(-\frac{1}{b^2 V_T} \right)^2} u^2(b) = \frac{1}{b^2 V_T} u(b)$$

A2 :

$$u(r_d) = \sqrt{\left(\frac{\partial r_d}{\partial b} \right)^2} u^2(b) = \sqrt{\left(-\frac{1}{b^2} \right)^2} u^2(b) = \frac{1}{b^2} u(b)$$

$$u(V_\gamma) = \sqrt{\left(\frac{\partial V_\gamma}{\partial a} \right)^2 u^2(a) + \left(\frac{\partial V_\gamma}{\partial b} \right)^2 u^2(b) + 2 \frac{\partial V_\gamma}{\partial a} \frac{\partial V_\gamma}{\partial b} u(a, b)} = \sqrt{\left(-\frac{1}{b} \right)^2 u^2(a) + \left(\frac{a}{b^2} \right)^2 u^2(b) - 2 \frac{a}{b^3} u(a, b)}$$

5.3 Cálculo del intervalo de confianza de la magnitud

Si ya hemos escogido el nivel de confianza ($CL=1-\alpha$), y de la magnitud física Y , tenemos calculados su valor estimado y , su número de grados de libertad $v(y)$, y su incertidumbre $u(y)$, podemos crear el intervalo de confianza de la medida experimental. Si utilizamos la distribución t-Student, con el nivel de significancia α , y el número de grados de libertad $v(y)$ calculamos el t-crítico ($t_{\alpha/2}$) (ver apartado 2).

El resultado final de la medida indirecta de la magnitud física Y, se presenta como un intervalo de confianza:

$$Y = y \pm t_{\alpha/2} u(y)$$

Que nos dice que el valor auténtico (desconocido) de la magnitud Y, está comprendido entre los valores $\{y - t_{\alpha/2} u(y)\}$ y $\{y + t_{\alpha/2} u(y)\}$ con un nivel de confianza CL=95%. Es decir, que si se repitiese 100 veces la medida experimental, el intervalo de confianza contendría al valor auténtico de la magnitud física Y, 95 veces, lo que nos indica la confiabilidad del intervalo construido, y por tanto del resultado experimental.

PRACTICA: Construir los intervalos de confianza para I_s , η , $V_{\gamma'}$ y r_d .

6. Presentación de resultados numéricos

En la presentación de los resultados, los números nunca se dejan con todas las cifras significativas que da el cálculo matemático, sino que se reducen hasta dejar sólo un número limitado de cifras significativas. Primeramente se reduce el número de cifras significativas en las incertidumbres, y luego en el valor numérico de la magnitud medida. En los dos pasos se utilizarán las reglas para el redondeo de números.

Reducción del número de cifras significativas en las incertidumbres:

A las incertidumbres sólo se les dejan dos cifras significativas, utilizando las reglas de redondeo.

Reducción del número de cifras significativas en valor de la magnitud:

Se dejan sólo las cifras significativas de peso mayor o igual que las cifras significativas que quedaron en la incertidumbre. Se utilizan de nuevo las reglas del redondeo.

Reglas para el redondeo de números:

Si el dígito más significativo de los que se van a eliminar es:

menor de 5: El dígito precedente no se cambia.

mayor de 5: El dígito precedente se aumentaría en una unidad.

igual a 5: - Si en el resto de los dígitos a eliminar, hay al menos uno mayor que cero, el dígito precedente se incrementa en uno.
- Si el resto de los dígitos a eliminar son cero, el dígito precedente se incrementa en uno si es impar, y se deja igual si es un número par.

Si todos los dígitos a eliminar son cero, no se alteraría ninguna cifra.

Ejemplos

2.148 ± 126	se redondea a	2150 ± 130
2,4211 ± 0,0432	se redondea a	2,421 ± 0,043
0,12345 ± 0,001151	se redondea a	0,1234 ± 0,0012
33,335001 ± 0,15999	se redondea a	33,34 ± 0,16
91.500 ± 12.500	se redondea a	92.000 ± 12.000
92.500 ± 13.500	se redondea a	92.000 ± 14.000
1.111 ± 196	se redondea a	1.110 ± 200

PRACTICA: Dar I_s , η , $V_{\gamma'}$ y r_d con un formato similar a: $I_s = (8,1 \pm 1,5) \cdot 10^{-5}$ mA

Más información sobre regresión, incertidumbre y redondeo en reg_inct.pdf de ftcgestion.iespana.es