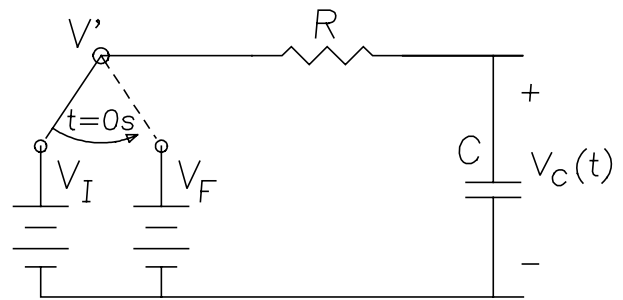


## Régimen transitorio. Circuito RC

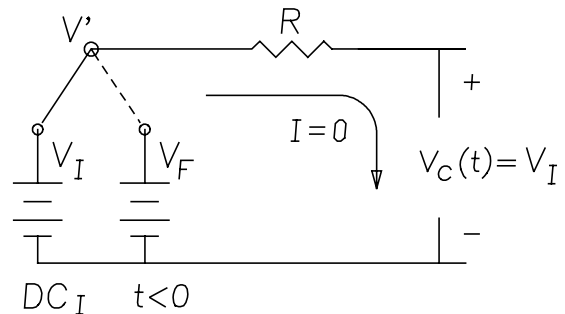
El interruptor del circuito cambia de posición desde la izquierda ( $V'=V_I$ ) hasta la derecha ( $V'=V_F$ ) en  $t = 0$  segundos.

Calcularemos la tensión de salida  $v_C(t)$  en función del tiempo.



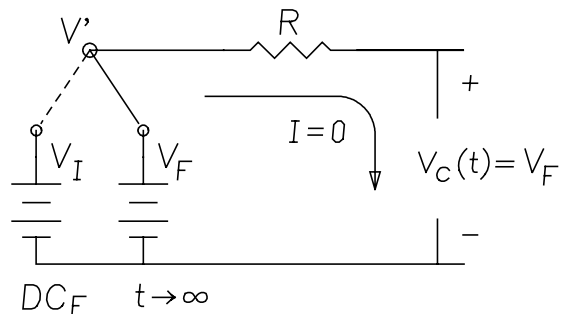
### $t < 0$ Estado inicial de continua $DC_I$

En  $t < 0$  s, el interruptor aún no ha cambiado de posición, sigue en  $V'=V_I$ . No ha habido ningún cambio, es un circuito de continua, y por tanto, el condensador funciona como un circuito abierto. La corriente es cero, y  $v_C(t)=V_I$ .



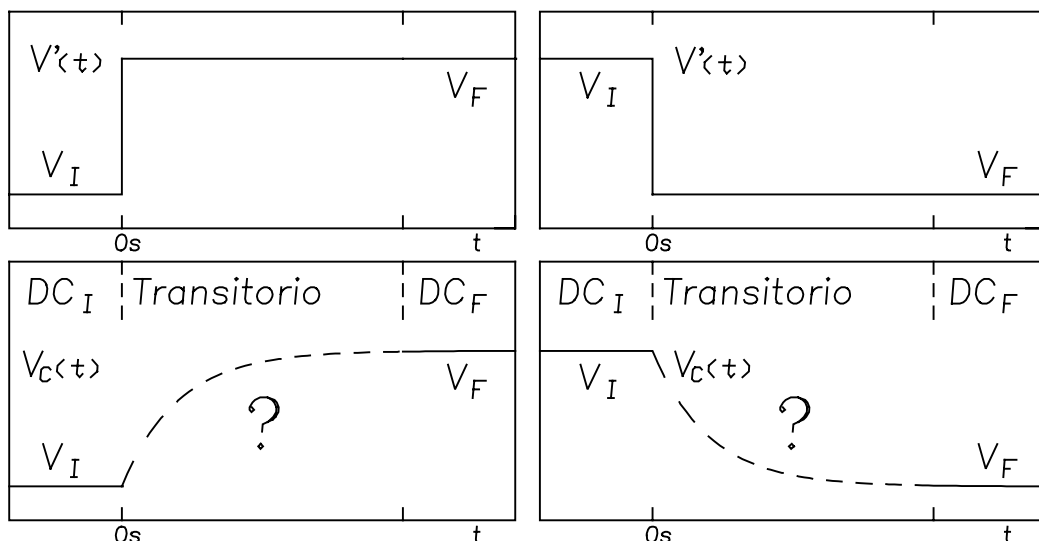
### $t \rightarrow \infty$ Estado final de continua $DC_F$

En  $t \rightarrow \infty$ , el interruptor ya cambió a la posición  $V'=V_F$ . Si ha pasado mucho tiempo ( $t \rightarrow \infty$ ) desde que el interruptor cambió a la posición de la derecha ( $V'=V_F$ ), **el circuito ya se habrá estabilizado**. Será un circuito de continua, y por tanto, el condensador funciona como un circuito abierto. La corriente que circula es cero, y  $v_C(t)=V_F$ .



## Lo que sabemos hasta ahora:

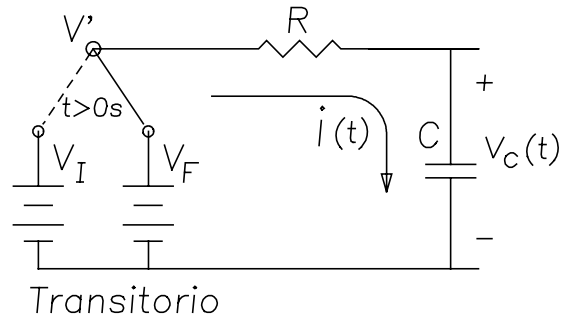
En estas gráficas se resume lo que ya sabemos, y queda resaltado lo que no conocemos. No sabemos cómo evoluciona la tensión de salida  $v_C(t)$  desde que el interruptor cambia de posición en  $t=0$  segundos, hasta que el circuito termina por estabilizarse ( $t \rightarrow \infty$ ). Tenemos una zona en la que las tensiones e intensidades cambian desde los valores iniciales de continua ( $DC_I$ ) hasta los valores finales de continua ( $DC_F$ ). A esta zona le llamamos "transitorio". Se dice que el circuito funciona en régimen transitorio. Como hay dos casos posibles ( $V_I < V_F$  y  $V_I > V_F$ ) dibujamos dos gráficas.



## Transitorio. Cambio desde $DC_I$ a $DC_F$

Durante el transitorio, las tensiones e intensidades en el circuito evolucionan desde los valores iniciales (los del estado inicial de continua  $DC_I$ ) hasta los valores finales (los del estado final de continua  $DC_F$ ).

El transitorio empieza en  $t=0s$ , cuando el interruptor cambia a la posición  $V'=V_F$ . Durante todo el transitorio tenemos  $V'=V_F$ .



La tensión en un condensador no puede variar de forma brusca o discontinua, por eso, si antes de cambiar el interruptor a la posición de la derecha  $v_C(t)$  era igual a  $V_I$ , tras cambiar el interruptor  $v_C(t)$  seguirá siendo igual a  $V_I$ . Eso significa que  $v_C(t=0) = V_I$ .

Planteamos una ecuación de rama entre los extremos de la batería  $V_F$ , pasando por  $R$  y  $C$ .

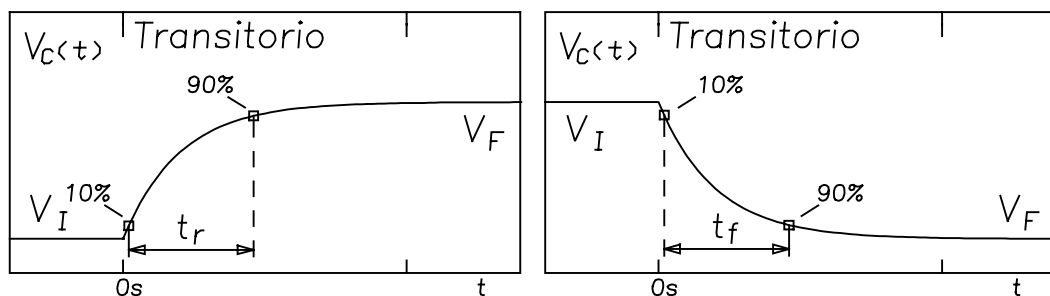
$$V_F = iR + v_C(t) \quad ; \quad i = C \frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$RC \frac{dv_C}{dt} + v_C = V_F \quad \text{con } v_C(t=0) = V_I$$

Tras resolver la ecuación diferencial (Ver en el apéndice 1 cómo se resuelve, usando la Transformada de Laplace) tenemos la forma analítica de la evolución de  $v_C(t)$  con el tiempo.

$$v_C(t) = V_F + (V_I - V_F) e^{-\frac{t}{RC}}$$

Tras obtener la forma analítica de  $v_C(t)$  durante el transitorio, se representa la gráfica completa de la evolución de  $v_C(t)$  (dos casos  $V_I < V_F$  y  $V_I > V_F$ ):



En las gráficas se han marcado dos puntos especiales, los del 10% y del 90%, en los que  $v_C(t)$  ha recorrido un 10% y un 90% de  $(V_F - V_I)$ .

$t_{10\%}$  es el tiempo necesario para que el condensador recorra un 10% de su cambio de tensión, desde  $V_I$  a  $V_F$ . Análogamente se define  $t_{90\%}$ . El cálculo de  $t_{10\%}$  y  $t_{90\%}$  se hace en el apéndice 2. Se observa que  $t_{10\%}$  y  $t_{90\%}$  no dependen de  $V_I$  ni de  $V_F$ , sólo dependen de la constante de tiempo  $RC$ . Es indiferente que  $V_I$  sea mayor o menor que  $V_F$ , es indiferente el signo de  $V_I$  o de  $V_F$ .

El tiempo para pasar desde el 10% al 90% se llama tiempo de subida  $t_r$ , "rise", si  $V_F > V_I$ , y se llama tiempo de bajada  $t_f$ , "fall", si  $V_F < V_I$ . Estos tiempos de subida y de bajada siempre valen  $2,2 RC$ , independientemente de los valores que tomen  $V_I$  o  $V_F$ .

## Apéndice 1.

### Resolución de la ecuación diferencial utilizando la transformada de Laplace.

$$RC \frac{dv_C}{dt} + v_C = V_F \quad ; \quad v_C(t=0) = V_I$$

Aplicamos la transformada de Laplace a los dos miembros de la ecuación diferencial:

$$RC [s V_C(s) - v_C(t=0)] + V_C(s) = \frac{V_F}{s}$$

Ordenamos, agrupamos, despejamos  $V_C(s)$ :

$$\begin{aligned} \left(s + \frac{1}{RC}\right) V_C(s) &= \frac{V_F/RC}{s} + V_I \\ V_C(s) &= \frac{V_F/RC}{s(s + 1/RC)} + \frac{V_I}{(s + 1/RC)} \\ V_C(s) &= \frac{V_F}{s} - \frac{V_F}{(s + 1/RC)} + \frac{V_I}{(s + 1/RC)} \end{aligned}$$

Aplicamos la transformada inversa de Laplace a  $V_C(s)$  para obtener  $v_C(t)$ :

$$v_C(t) = V_F + (V_I - V_F) e^{-\frac{t}{RC}}$$

Hagamos una comprobación rápida de la expresión  $v_C(t)$  obtenida: si  $t=0$ ,  $v_C(t)$  debería ser igual a  $V_I$ , y si  $t \rightarrow \infty$ , debería ser igual a  $V_F$ . Vemos que se cumplen las dos condiciones de contorno.

## Apéndice 2. Cálculo de $t_{10\%}$ y $t_{90\%}$ .

En el miembro de la izquierda, tenemos  $v_C(t_{10\%})$  tal como resulta de su expresión analítica obtenida al resolver la ecuación diferencial. En el miembro de la derecha, tenemos el valor de  $v_C(t)$  cuando a partir de  $V_I$  se añade un 10% del recorrido que hace el condensador ( $V_F - V_I$ ).

$$\begin{aligned} V_F + (V_I - V_F) e^{-\frac{t_{10\%}}{RC}} &= V_I + 0,10 (V_F - V_I) \\ (V_I - V_F) e^{-\frac{t_{10\%}}{RC}} &= 0,90 (V_I - V_F) \\ t_{10\%} &= -RC \ln 0,9 \approx 0,1 RC \end{aligned}$$

Repetimos los mismos cálculos para  $t_{90\%}$ .

$$\begin{aligned} V_F + (V_I - V_F) e^{-\frac{t_{90\%}}{RC}} &= V_I + 0,90 (V_F - V_I) \\ (V_I - V_F) e^{-\frac{t_{90\%}}{RC}} &= 0,10 (V_I - V_F) \\ t_{90\%} &= -RC \ln 0,1 \approx 2,3 RC \end{aligned}$$

Ni  $t_{10\%}$ , ni  $t_{90\%}$  dependen de los valores de  $V_I$  o  $V_F$ . Finalmente el tiempo que transcurre desde que  $v_C$  pasa por el punto del 10%, hasta que pasa por el punto del 90% es:

$$t_{\text{del } 10\% \text{ al } 90\%} = t_{90\%} - t_{10\%} \approx 2,3 RC - 0,1 RC = 2,2 RC$$